Danmarks Tekniske Universitet

Skriftlig prøve, lørdag den 12. december, 2015

Kursus navn Fysik 1

Kursus nr. 10916

Varighed: 4 timer

Tilladte hjælpemidler: Alle hjælpemidler tilladt

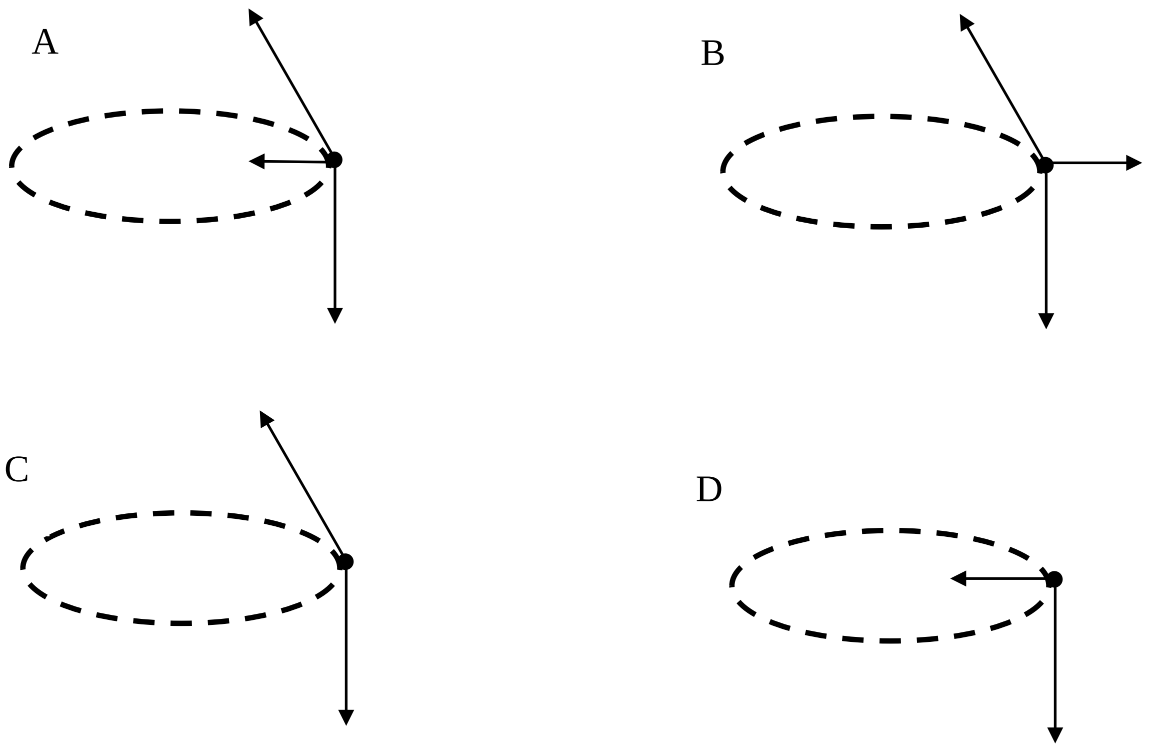
"Vægtning": Besvarelsen bedømmes som en helhed.

Sættet består af 13 multiple choice spørgsmål der besvares i opgavemodulet på CampusNet. Alle spørgsmål skal besvares. Hvis et spørgsmål ikke er besvaret antages det at det valgte svar er ”Ved ikke.” Forkerte svar trækker ned i bedømmelsen. I nogle spørgsmål er der en af mulighederne der er det rigtige svar, i andre er det rigtige svar at man vælger flere svarmuligheder.

Spørgsmål 1.

En flyvemaskine flyver i en vandret cirkelbane med konstant fart.

Hvilken af de følgende tegninger beskriver bedst et kraftdiagram for flyvemaskinen?



A) A
B) B
C) C(*)
D) D
E) Ved ikke

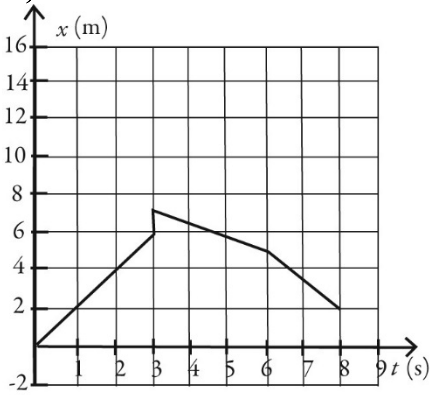
Kommentar: Det korrekte svar er C)

For at flyet kan flyve i en vandret(!) cirkelbane med konstant fart skal den resulterende kraft pege direkte imod cirklens centrum. Men da flyet er påvirket af tyngdekraften, må der være en kraft-komposant der peger opad for at forhindre at flyets bane bliver en nedadgående spiral (som ville være resultatet af svar-mulighed D). Opdriften på flyets vinger peger diagonalt opad og giver både denne lodrette kraft-komposant, der søger for at flyets bane er horizontal, og en vandret komposant, der sørger for at flyet flyver i en cirkelbane. Se i øvrigt Figur 5.35 i bogen og den tilhørende tekst.

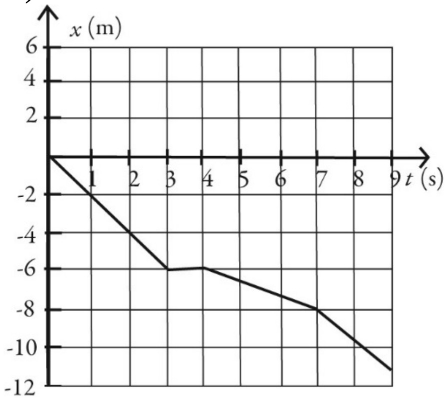
Spørgsmål 2.

En person starter med at gå mod øst med en konstant hastighed 2 m/s. Efter 3 sekunder stopper personen og står stille i 1 sekund. Personen går nu en strækning på 2 m mod vest på 3 sekunder. Personen fortsætter de næste 2 sekunder men øger sin fart med 1 m/s.
Hvilken af graferne kunne repræsentere personens bevægelse?

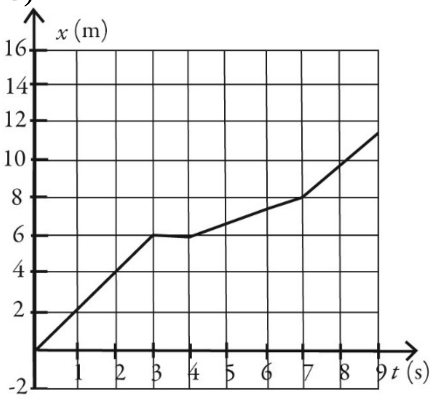
A)



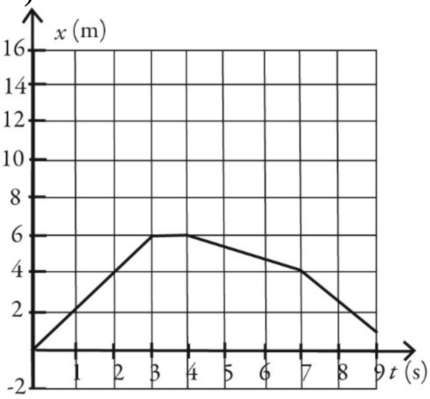
B)



C)



D)



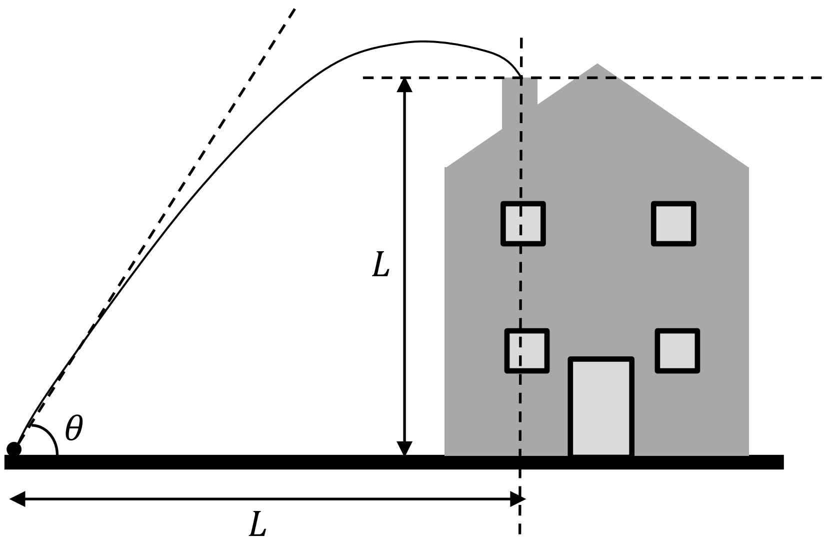
A) A
B) B
C) C
D) D(*)
E) Ved ikke

Kommentar: Det korrekte svar er D)

B) og C) kan udelukkes da en person, der følger disse baner ikke skifter retning på noget tidspunkt, imens vor hovedperson starter med at gå imod øst, men til sidst går imod vest. A) kan udelukkes da en person, der følger denne bane, til tiden t=3 s foretager et hop på 1 meter, imens vi faktisk ønsker at personen står stille fra t=3 s til t=4 s. Svarmulighed D) er korrekt (med øst opad). Først går denne person 6 meter på 3 sekunder (fart 2 m/s). Derpå står han/hun stille i et sekund (hældning nul fra t=3 s til t=4 s. Derefter går personen 2 meter imod vest (nedad) på 3 sekunder (fart 2/3 m/s) og endelig ændrer han/hun sin hastighed til 5/3 m/s (imod vest) i to sekunder, svarende til en forskydning på 2 s * 5/3 m/s = 10/3 m.

Spørgsmål 3.

En bold sparkes fra jordoverfladen så den rammer ned i en smal skorsten på et hus. De vandrette og lodrette afstande fra startpunktet på jorden til den rammer skorstenen er ens. Starthastigheden danner en kendt vinkel $\theta > 45°$ med vandret.



Hvilket af følgende er et korrekt udtryk for startfarten v_0?

A) $v_0 = \frac{gL}{2}$
B) $v_0 = \frac{gL}{2(\sin\theta\cos\theta - \cos^2\theta)}$
C) $v_0 = \sqrt{\frac{2gL}{\sin\theta\cos\theta - \cos^2\theta}}$
D) $v_0 = \sqrt{\frac{gL}{2}}$
E) $v_0 = \sqrt{\frac{gL}{2(\sin\theta\cos\theta - \cos^2\theta)}}$(*)
F) Ved ikke

Kommentar: Det korrekte svar er E).

For at løse opgaven skal man indse at vi har at gøre med et skråt kast (afsnit 3.3 i bogen) og løse de to ligninger

$$x = x_0 + (v_0 \cos\theta)t$$

$$y = y_0 + (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

med x=L, x_0=0, y=L og y_0=0. Bemærk at der er to ubekendte, v_0 og t, så vi har brug for to ligninger. Først isoleres t i ligningen for x:

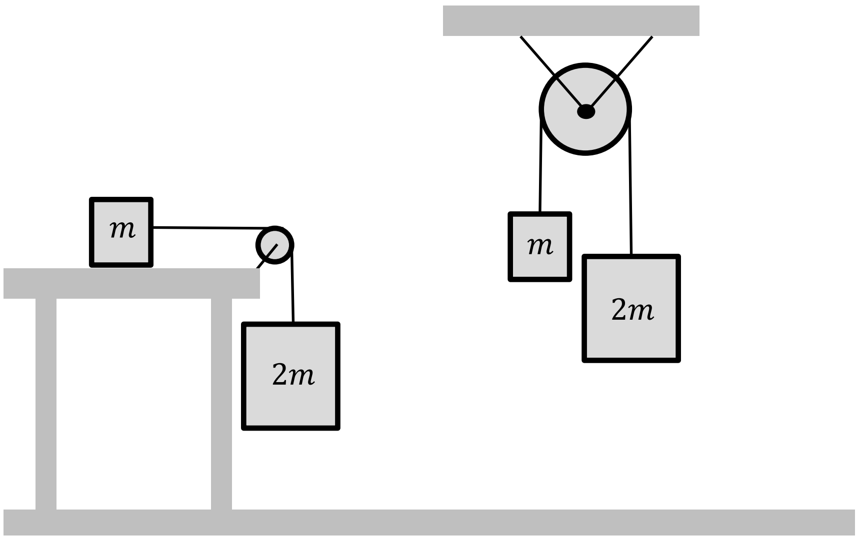
$$t = \frac{L}{v_0 \cos\theta}$$

Dernæst indsættes dette resultat i ligningen for y

$$L = L\tan\theta - \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0\cos\theta}\right)^2$$

hvilket efter lidt algebra fører til resultatet E).

Spørgsmål 4.



I figuren ovenfor er vist to forskellige systemer. Til venstre er vist en kasse med massen m der befinder sig på et vandret, glat bord. Kassen er gennem en snor forbundet med en kasse med massen $2m$ der hænger i snoren. Til højre er vist to klodser med masserne m og $2m$ henholdsvis der er forbundet gennem en snor der løber over en masseløs, friktionsfri trisse. Systemerne slippes fra hvile. Vi betragter systemernes kinetiske energi når de to tunge kasser har bevæget sig afstanden h ned ad. De to systemer er ikke nødvendigvis lige lang tid om bevægelsen.

Hvad kan vi sige om de to systemers kinetiske energier efter bevægelsen?

A) Systemet til venstre i figuren vil have mest kinetisk energi.(*)
B) Systemet til højre i figuren vil have mest kinetisk energi.

C) Systemerne vil have lige meget kinetisk energi.
D) Kan ikke afgøres.
E) Ved ikke

Kommentar: Det korrekte svar er A)

I begge situationer er ændringen i den graviationelle potentielle energi for kassen med masse 2m lig med 2mgh. Da der ikke er nogen friktion i spil er den totale mekaniske energi bevaret. I situationen til venstre omsættes 2mgh fuldstændig til kinetisk energi for de to kasser (idet kassen med masse m ikke ændrer højde og derfor har konstant gravitationel potentiel energi), imens 2mgh i situationen til omsættes til en forøget kinetisk energi for de to kasser **og** til en forøget potentiel energi mgh af kassen med masse m. Resultatet er at den kinetiske energi er højest i situationen til venstre.

Mere matematisk: idet vi bruger subscriptet 1 for kassen med masse m, og subscriptet 2 for kassen med masse 2m har vi generelt

$$U_{1,før} + K_{1,før} + U_{2,før} + K_{2,før} = U_{1,efter} + K_{1,efter} + U_{2,efter} + K_{2,efter}$$

Den totale kinetiske energi i slutsituationen er da (idet $K_{1,før} = K_{2,før} = 0$ da begge kasser starter fra ro)

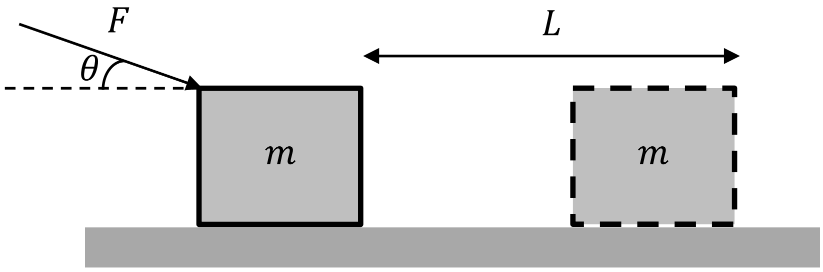
$$K_{tot,efter} = K_{1,efter} + K_{2,efter} = \left(U_{1,før} - U_{1,efter}\right) + \left(U_{2,før} - U_{2,efter}\right)$$

I situationen til venstre er $\left(U_{1,før} - U_{1,efter}\right) = 0$ og $\left(U_{2,før} - U_{2,efter}\right) = 2mgh$. Altså er den totale kinetiske energi $K_{tot,efter} = 2mgh$

I situationen til højre er $\left(U_{1,før} - U_{1,efter}\right) = -mgh$ og $\left(U_{2,før} - U_{2,efter}\right) = 2mgh$. Altså er den totale kinetiske energi $K_{tot,efter} = mgh$

Spørgsmål 5.

En kasse med masse m ligger på et vandret, ru underlag. Den kinematiske friktionskoefficient mellem kasse og underlag er μ_{k}. Kassen påvirkes med en konstant kraft F hvis retning danner vinklen θ med vandret, se figuren nedenfor. Kassen starter fra hvilen i den viste position og bevæger sig mod højre. Kraften F virker under hele bevægelsen.



Hvad er størrelsen af normalkraften på kassen?

A) $n = mg$
B) $n = mg + F\cos\theta$
C) $n = mg - F\cos\theta$
D) $n = mg + F\sin\theta$(*)
E) $n = mg - F\sin\theta$
F) Ved ikke

Kommentar: Det korrekte svar er D)

Vi skal anvende Newtons anden lov med accelerationen lig 0 (Også kaldet Newtons første lov) på de kræfter der virker vinkelret på underlaget. Tyngdekraften mg peger nedad, normalkraften n peger opad, og kassen påvirkes af en nedadrettet komposant af kraften F. Med y-aksen opad har vi da

$$n - F\sin\theta - mg = 0$$

hvilket svarer til D)

Spørgsmål 6. [Fortsættelse af det foregående spørgsmål]

Vi ønsker at bestemme kassens fart i det øjeblik den har bevæget sig strækningen L. Hvilke af følgende elementer vil tillade os at bestemme farten i slutsituationen uden brug af yderligere ligninger (resultatet fra det foregående spørgsmål antages ikke kendt).

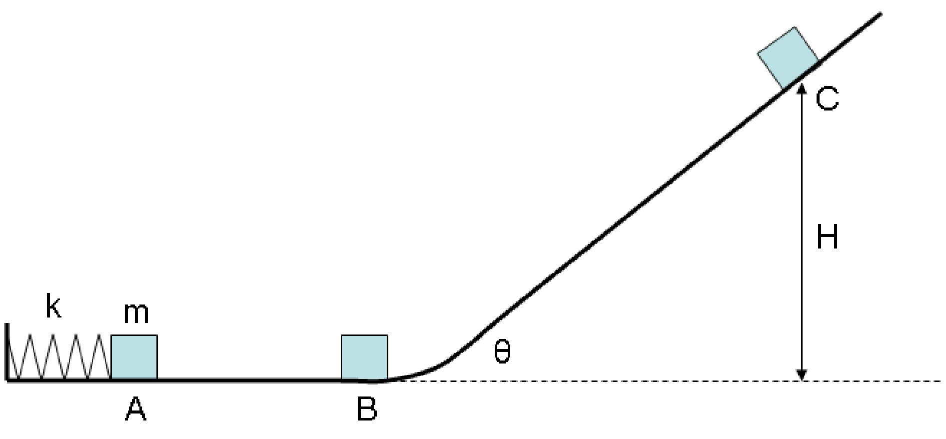
A) Newtons anden lov med acceleration nul (*)
B) Newtons anden lov med acceleration forskellig fra nul

C) Energibevarelse
D) Sammenhæng mellem kinematisk friktion og normalkraft (*)
E) Arbejdssætningen (*)
F) Kraftdiagram (*)
G) Koordinatsystem (*)
H) Ved ikke

Kommentar: Der gives del-point for alle mulighederne A, D, E, F og G.

Man skal altid bruge et koordinatsystem og et kraftdiagram (optionerne F og G). Arbejdssætningen (Option E) skal bruges for at relatere kassens kinetiske energi i slutpositionen til arbejdet, som er lig den resulterende kraft ganget med forskydningen L. Den resulterende kraft er summen af den horizontale komposant af F og den kinematiske friktion. For at finde den kinematiske friktion skal vi bruge sammenhængen mellem friktion og normalkraft $f = \mu_k n$ (Option D) og for at finde normalkraften skal vi bruge Newtons første lov (Newtons anden lov med accelerationen lig 0, Option A) på kræfterne vinkelret på underlaget.

Spørgsmål 7.



En klods ligger tæt op ad en spændt (masseløs) fjeder, der har fjeder-konstanten k = 3000 N/m. Situation A på figuren.

Mellem punkterne A og B er underlaget glat og horisontalt.

På strækningen mellem B og C er gnidningskoefficienterne μ_k = 0.300 henholdsvis μ_s = 0.750 og underlaget danner vinklen θ = 40° med vandret. Strækningen fra B til C antages at være retlinjet.

Klodsen vejer m = 5.00 kg og kan betragtes som en partikel.

Nu udløses fjederen og klodsen når punktet B med en fart på v_B = 15.0 m/s.

Hvor meget var fjederen sammenpresset før klodsen blev frigivet?

A) 0.612 m (*)
B) 0.188 m
C) 0.025 m
D) 0.224 m
E) Ved ikke

Kommentar: Det korrekte svar er A)

For at løse opgaven skal vi bruge at den totale mekaniske energi er bevaret, idet der imellem punkterne A og B ikke er friktion. Se ligning (7.11)

$$U_{el,1} + K_1 = U_{el,2} + K_2$$

Hvor $K_1 = 0$ da klodsen starter i ro og $U_{el,2} = 0$ når fjederen har nået sin ligevægtposition. Med $U = {}^1\!/_2\, kx^2$ og $K = {}^1\!/_2\, mv^2$ får vi

$$x = \sqrt{\frac{m}{k}}v$$

Indsætter vi nu de kendte værdier af m, k og v finder vi svarmulighed A).

Spørgsmål 8. [Fortsættelse af det foregående spørgsmål]

Hvad er den maksimale højde H, som klodsen kan nå op i (dvs. i punktet C).

A) 13.1 m
B) 8.44 m (*)
C) 17.8 m
D) 11.5 m
E) 40.2 m
F) Ved ikke

Kommentar: Det korrekte svar er B)

For at løse opgaven skal vi bruge ligning (7.7)

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

Bemærk at fordi der er friktion imellem punkterne B og C har vi ikke bevarelse af den mekaniske energi, som vi havde i spørgsmål 7. Desuden er den relevante potentielle energi nu den gravitationelle U=mgy. Vi lægger y-aksen med nulpunkt i punktet B og har da (idet $K_2 = 0$ og v_1=15.0 m/s)

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 + W_{other} = mgH$$

Friktionskraftens arbejde er lig med kraft gange vej. Vejlængden fra B til C lig med $H/\sin\theta$ og *størrelsen* af friktionskraften er lig med

$$f_{friktion} = \mu_k mg\cos\theta$$

Vi finder da $W_{other} = -\mu_k mg\cos\theta$ (NB! Friktionskraften peger modsat forskydningen, så der skal være et minus)

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 = mgH\left(1 + \frac{\mu_k}{\tan\theta}\right)$$

H kan nu isoleres og vi finder svarmulighed B).

Spørgsmål 9. [Fortsættelse af det foregående spørgsmål]

Hvilke elementer skal der indgå i en vurdering af, om klodsen vil blive liggende stille i C eller om den vil begynde at bevæge sig tilbage mod punktet B?

A) Et kraftdiagram (*)
B) Energibevarelse
C) Newtons første lov og/eller Newtons anden lov (*)
D) Den kinematiske friktion
E) Den statiske friktion (*)
F) Opløsning i kraft-komposanter (*)
G) Ved ikke

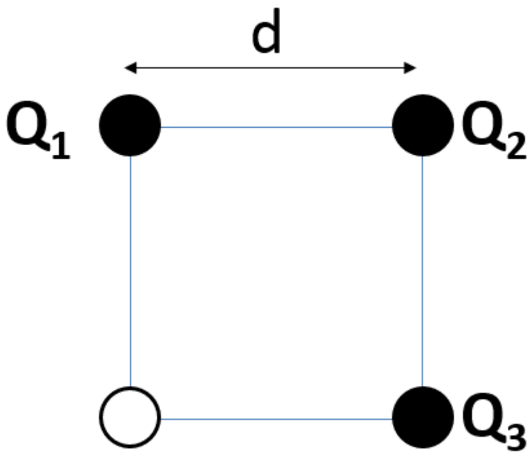
Kommentar: Der gives del-point for alle mulighederne A, C, E og F

Betingelsen for at klodsen bliver liggende stille i punktet C er at projektion af tyngdekraften *langs* skråplanet er mindre end den *maksimale* statiske friktion.

Projektionen af tyngdekraften langs skråplanet findes ved opløsningen af tyngdekraften i komponenter (option F). Hertil skal vi også bruge et kraftdiagram (option A). Komponenten af tyngdekraften vinkelret på skråplanet skal vi bruge til via Newtons første lov (Option C. Vi kan også sige at vi anvender Newtons anden lov med acceleration lig med 0 m/s^2) at bestemme normalkraften, som derpå ganges med den statiske friktionskoefficient for at finde den maksimale statiske friktionskraft (option E).

Spørgsmål 10.

Tre ladninger Q_1, Q_2 og Q_3 er placeret i tre ud af fire hjørner i et kvadrat, som vist på figuren. Sidelængden i kvadratet er d.



Vi får at vide, at ladningerne Q_1 og Q_3 er ens og lig med Q, Q_1=Q_3=Q. Hvad skal ladningen Q_2 være for at det *totale* elektriske felt i det hjørne af kvadratet, der er angivet som en ikke-fyldt cirkel, er lig med nul?

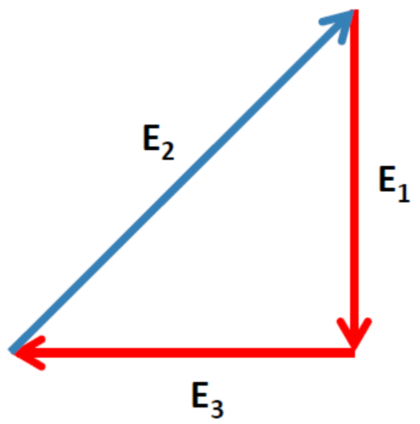
Svarmuligheder:

A) $+Q$
B) $-Q$
C) $+\sqrt{2}Q$
D) $-\sqrt{2}Q$ (*)
E) $+Q/\sqrt{2}$
F) $-Q/\sqrt{2}$
G) Ved ikke

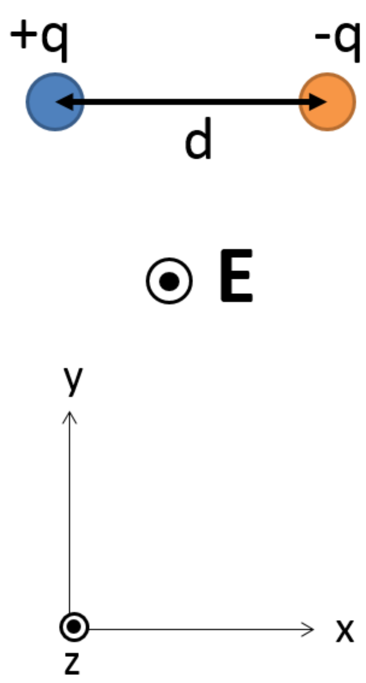
Kommentar: Det korrekte svar er D)

Det totale elektriske felt er summen af de elektriske felter stammende fra de tre ladninger. Uanset om ladningerne Q_1 og Q_3 begge er positive eller begge er negative, peger deres bidrag til det totale elektriske felt i hjørnet langs med kvadratets sider. Lad os sige at $Q=Q_1=Q_3$ er positiv. Da peger feltet E_1 fra ladningen Q_1 nedad, og feltet E_3 fra ladningen Q_3 peger imod venstre (Se tegningen nedenfor). For at det totale felt i hjørnet skal være nul skal vektorsummen af E_1, E_3 og E_2 (E_2 er feltet fra den ukendte ladning Q_2) være lig nulvektoren. Dette kræver at E_2 peger i retningen imod Q_2. Med andre ord skal Q_2 have det modsatte fortegn af Q.

Pythagoras sætning fortæller os at størrelsen af feltet E_2 er $\sqrt{2}E$ hvor $E = E_1 = E_3$ er størrelsen af felterne fra Q_1 og Q_3. Dette kræver at ladningen Q_2 har *størrelsen* $\sqrt{2}Q$. Totalt har vi altså option D): $Q_2 = -\sqrt{2}\mathrm{Q}$



Spørgsmål 11.



En elektrisk dipol består af to partikler, der begge har samme masse, m. De to partikler har ladningerne $+q$ og – og er adskilt af afstanden d, som vist på figuren. Til tiden $t = 0$ tændes for et konstant elektrisk felt $\boldsymbol{E}$, der peger langs den positive z-retning. Feltet får dipolen til at rotere.

Udled et udtryk for dipolens vinkelaccelerationsvektor $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ i det øjeblik feltet netop er blevet tændt.

A) $\vec{\alpha} = \frac{+2qE}{md}\vec{\jmath}$ (*)
B) $\vec{\alpha} = \frac{-2qE}{md}\vec{\jmath}$
C) $\vec{\alpha} = \frac{+4qE}{md}\vec{\jmath}$
D) $\vec{\alpha} = \frac{-4qE}{md}\vec{\jmath}$
E) Ved ikke

Kommentar: Det korrekte svar er A)

Kraftmomentet på et dipolmoment **p** i et elektrisk felt E er $\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\boldsymbol{p}} \times \vec{\boldsymbol{E}}$. Dipolmomentet er hér en vektor $\vec{\boldsymbol{p}} = -qd\ \hat{\boldsymbol{\imath}}$ (Husk på at $\hat{\boldsymbol{\imath}}$, $\hat{\boldsymbol{\jmath}}$ og $\widehat{\boldsymbol{k}}$ er enhedsvektorer langs x, y og z). Det elektriske felt er $\vec{\boldsymbol{E}} = E\widehat{\boldsymbol{k}}$. Kraftmomentet $\vec{\boldsymbol{p}}$ omkring center-punktet for dipolen er derfor $\vec{\boldsymbol{\tau}} = +qdE\ \hat{\boldsymbol{\jmath}}$. Sammenhængen mellem kraftmoment og vinkel-acceleration er $\vec{\boldsymbol{\tau}} = I\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ hvor I er inertimomentet. For to partikler med masse m, der ligger i afstanden d fra hinanden er $I = 2m(d/2)^2$ (se ligning (9.16)). Vinkel-accelerationen er derfor

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{\vec{\boldsymbol{\tau}}}{I} = \frac{qdE}{2m(d/2)^2}\hat{\boldsymbol{\jmath}} = \frac{2qE}{md}\hat{\boldsymbol{\jmath}}$$

Spørgsmål 12. [Fortsættelse af det foregående spørgsmål]

Hvilke metoder har du brugt til at besvare det foregående spørgsmål?

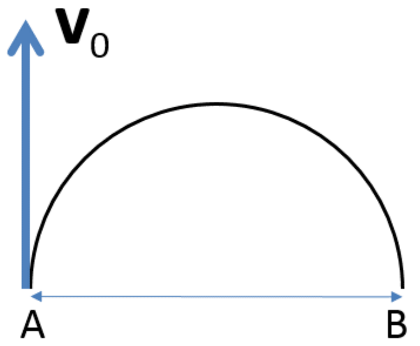
A) Coulombs lov
B) Ligninger for rotationel kinematik
C) Relationer mellem lineær og rotationel bevægelse
D) Sammenhæng mellem kraftmoment og vinkelacceleration (*)
E) Højrehåndsreglen (*)
F) Energibevarelse

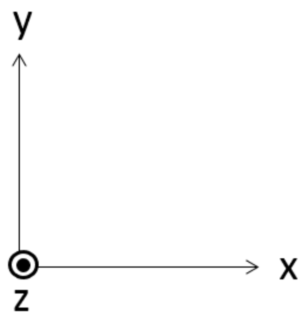
Kommentar: De korrekte svarmuligheder er D) og E).

I udledningen ovenfor brugte vi sammenhængen mellem kraftmoment og vinkelacceleration (option D) og vi skulle bruge højrehåndsreglen til at bestemme retningen af kraftmomentet på dipolen (option E).

Spørgsmål 13.

En elektron bevæger sig langs den positive y-akse med farten $v_0 = 1.5 \cdot 10^5$ m/s og kommer på den måde ind i et område hvor der er et magnetfelt, $\boldsymbol{B}$, med størrelsen $B = |\boldsymbol{B}| = 2$ Tesla der virker vinkelret på tegningens plan og tvinger elektronen ind i en cirkelbevægelse. Hvor langt er der fra punktet A til punktet B?





A) 128 mm
B) 427 nm
C) 64 mm
D) 854 nm (*)
E) 1.57 mm
F) Ved ikke

Kommentar: Det korrekte svar er D)

Vi kan bruge ligning (27.11) til at bestemme radius i cirkelbevægelsen. Vi skal så bare huske at afstanden fra A til B er diameteren, D, i cirklen og at denne er to gange radius.

$$D = 2\frac{mv}{|q|B}$$

Indsætter vi nu elektronmassen, elektronladningen, elektronens hastighed og magnetfeltet finder vi svaret D).