Danmarks Tekniske Universitet

Skriftlig prøve, torsdag den 24. maj, 2007, kl. 9:00-13:00

Kursus navn: Fysik 1 Kursus nr. 10022

Tilladte hjælpemidler: Alle hjælpemidler er tilladt.

"Vægtning": Besvarelsen bedømmes som en helhed.

Alle svar skal begrundes med mindre andet er angivet.

Sættet består af 5 opgaver.

Opgave 1

I hver af de følgende delopgaver er der stillet et spørgsmål og angivet et antal mulige svar. Et eller flere af svarene er rigtige. I spørgsmål med flere rigtige svarmuligheder skal alle rigtige svarmuligheder angives. Mener du for eksempel, at det andet svar i delopgave A er rigtigt, skal du angive A2 i din besvarelse. Svarene behøver ikke at blive begrundet.

A. Du svinger hurtigt en spand fyldt med vand i en lodret cirkel. Du bliver ikke våd. Det skyldes, at i toppen af bevægelsen

1. er den lodrette kraft fra spanden på vandet større end tyngdekraften på vandet.
2. er den lodrette kraft fra spanden på vandet mindre end tyngdekraften på vandet.
3. er tyngdekraften på vandet mindre end vandets masse gange accelerationen.
4. er tyngdekraften på vandet større end vandets masse gange dets acceleration.

A3

B. Du træder på bremsen i en kørende bil, hvor en passager har glemt at spænde sikkerhedsselen. Passageren vil

1. accelerere fremad i bilens køreretning.
2. accelerere tilbage i bilens køreretning.
3. ikke accelerere.

B3

C. Du udfører et eksperiment i en togvogn, der bevæger sig vandret. Et pendul hænger fra loftet i togvognen. Pendulet er i hvile, og snoren danner en vinkel på 10 $^{\circ}$ med lodret. Er det korrekt, at

1. toget udgør et inertialsystem.
2. toget ikke udgør et inertialsystem.
3. toget kan være i hvile.
4. toget kan bevæge sig med konstant hastighed.
5. toget kan foretage en jævn cirkelbevægelse.
6. toget accelererer.

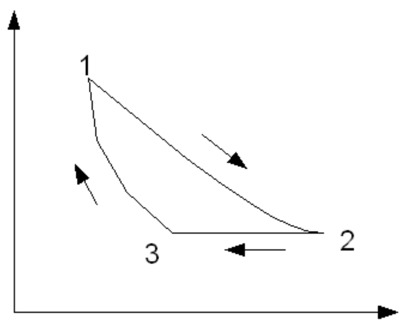
C2,C5,C6

Opgave 2

En beholder indeholder heliumgas ved trykket $p_1=16$ atm. Temperaturen af heliumgassen er $T_1=600$ K, og dens volumen er $V_1=1.0$ L. Gassen udvides isotermt, indtil dens volumen er $V_2=4.0$ L. Derefter sammentrykkes gassen ved konstant tryk, indtil dens tilstand er således, at en adiabatisk komprimering kan bringe gassen tilbage til dens starttilstand.

a Tegn et pV-diagram for den beskrevne proces.

Isotermen nedad mod højre, isobar mod venstre og adiabat opad mod venstre. Der er tale om en kredsproces. Processen ses i figuren herunder.



b Bestem volumen og temperatur efter den isobare proces.

Vi søger $V_{3,}T_3$ (se figuren). Kendte størrelser er: $p_{1,}V_{1,}T_{1,}V_2$.
Da vi har en isoterm 1->2 gælder at $T_2=T_1$ og
$p_1V_1=p_2V_2\Rightarrow p_2=p_1\dfrac{V_1}{V_2}$ og da 2->3 er en isobar er
$p_3=p_2=p_1\dfrac{V_1}{V_2}=4.0\text{atm}$. $p_3V_3^\gamma=p_1V_1^\gamma\Rightarrow V_3=(p_1/p_3)^{1/\gamma}V_1=2.30\text{L}$, hvor vi har indsat $\gamma=5/3$ da helium er monoatomar. Temperaturen T_3 bestemmes af $T_3V_3^{\gamma-1}=T_1V_1^{\gamma-1}\Rightarrow T_3=(V_1/V_3)^{\gamma-1}T_1=344\text{K}$.

c Bestem det arbejde, gassen udfører ved kredsprocessen.

$W_{12}=nRT_1\ln(V_2/V_1)=p_1V_1\ln(V_2/V_1)=2.25\text{kJ}$
$W_{23}=p_2(V_3-V_2)=-693\text{J}$
Første hovedsætning for adiabaten giver $\Delta U_{31}=-W_{31}$:
$W_{31}=-nC_V(T_1-T_3)=-\dfrac{3}{2}nR(T_1-T_3)=-\dfrac{3}{2}(p_1V_1-p_3V_3)=-1.04\text{kJ}$
$W=W_{12}+W_{23}+W_{31}=513\text{J}$

d Bestem virkningsgraden/effektiviteten af en maskine, der benytter den beskrevne kredsproces.

For at bestemme virkningsgraden skal vi kende fortegneet af varmemængderne: $Q_{12}=W_{12}>0$, $Q_{23}=\Delta U_{23}+W_{23}<0$, $Q_{31}=0$.

$e=\frac{W}{Q_{12}}=\frac{W}{W_{12}}=0.228$.

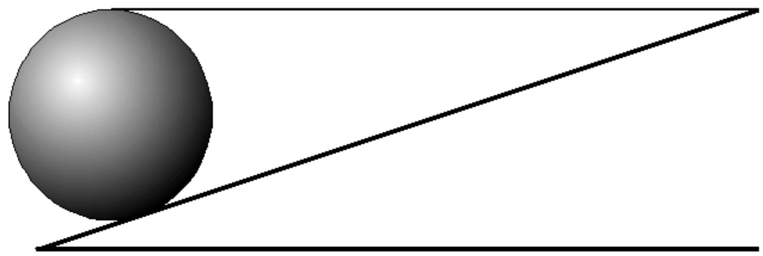
Opgave 3

Du er bekymret over sikkerheden af en forlystelse i et omrejsende tivoli. I forlystelsen hænger en stol med massen $m_s = 5.0$ kg fra et tyndt kabel, hvis længde er $R = 10$ m. Kablet sidder fast i et højt tårn. Når et mindre barn sættes fast i stolen, hænger kablet lodret. Når forlystelsen er i fuld fart, ligger kablet næsten vandret og udfører en fuld rotation i tiden $\Delta t = 2.0$ s. Operatøren af forlystelsen siger, at forlystelsen er sikker og demonstrerer dette ved at sætte sig i stolen, når kablet hænger lodret. Kablet knirker lidt, men holder til operatørens masse m_o. Har operatøren dermed overbevist dig om, at forlystelsen er sikker for et barn med massen m_b? I besvarelsen skal der indgå estimering af indgående størrelser, kraftdiagrammer, opstilling af relevante ligninger, kort diskussion af resultaterne og din konklusion ang. sikkerheden.

For at forlystelsen er sikker må spændingen i snoren være mindre når barnet svinges rundt, end når operatøren sidder i stolen.
Når operatøren sidder i gyngen hænger den lodret i hvile, dvs ligevægt og derfor er tyngdekraften på operatøren og stolen lig med snorkraften (anvendelse af Newtons første eller anden lov):
$S_1 = (m_o + m_s) g$.
Når et barn svinges rundt (næsten) vandret i en jævn cirkelbevægelse er snorkraften $S_2 = m \frac{v^2}{R} = (m_b + m_s) \frac{4\pi^2 R}{\Delta t^2}$.
For at forlystelsen er sikker må det gælde, at $S_1 > S_2$. Indsættelse giver:
$(m_o + m_s) g > (m_b + m_s) \frac{4\pi^2 R}{\Delta t^2}$
Vi estimerer masserne: $m_o = 80\text{kg} \quad m_b = 25\text{kg}$.
Indsat i uligheden fås: $833\text{N} > 2961\text{N}$. Sikkerheden er ikke bevist. For at sikkerheden skal være i orden skal operatøren være meget stor og barnet meget lille; med det givne barn skal operatøren have en masse på næsten 300 kg.

Opgave 4

En homogen kugle med radius R og masse M holdes i hvile på et skråplan som vist i figuren herunder. Snoren der trækker i toppen af kuglen er vandret. Skråplanet danner vinklen θ med vandret.



a Tegn et kraftdiagram for kuglen.

Kræfterne der virker er: tyngdekraft, normalkraft, friktionskraft og snorkraft. Kraftdiagrammet ses herunder.

b Bestem snorkraften S, friktionskraften f og normalkraften n.

Vi indlægger et koordinatsystem med x-akse rettet opad skråplanet, og en y-akse vinkelret væk fra skråplanet. Positiv omløbsretning med uret. Vi opskriver massemidtpunktssætningen i begge retninger samt impulsmomentsætningen (mht centrum af kuglen), idet vi udnytter at systemet er i ligevægt:

$$ma_x = S\cos(\theta) + f - mg\sin(\theta) = 0$$
$$ma_y = n - S\sin(\theta) - mg\cos(\theta) = 0$$
$$I\alpha = SR - fR = 0$$

Løses disse fås:

$$S = mg\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)}$$
$$f = mg\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)}$$
$$n = mg$$

Retningerne fremgår af kraftdiagrammet.

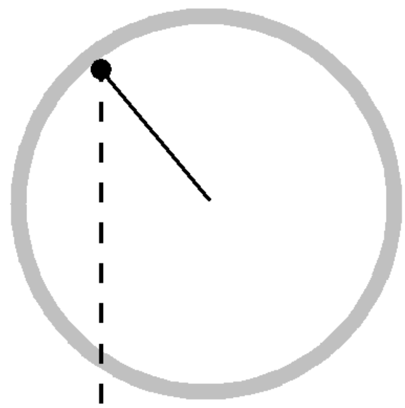
c Snoren brister nu, og kuglen begynder at rulle ned ad skråplanet. Bestem vinkelacceleration α af kuglen umiddelbart efter at snoren er bristet.

Vi opskriver massemidtpunktssætningen i x-retningen samt impulsmomentsætningen (mht centrum af kuglen), og det geometriske bånd mellem translation og rotation (man kunne også opskrive massemidtpunktssætningen i y-aksens retning, men den er ikke nødvendig). (Bemærk at friktionskraften ikke er den samme som i spørgsmål **a** og **b**.)

$$ma_x = f - mg\sin(\theta)$$
$$\frac{2}{5}mR^2\alpha = -fR = 0$$
$$a_x = R\alpha$$
Løses disse for vinkelaccelerationen fås, at
$$\alpha = -\frac{5}{7}\frac{g}{R}\sin(\theta)\ .$$
Fortegnet passer fint med at kuglen triller nedad skråplanet.

Opgave 5

Et cykelhjul hænger i et lodret plan fra et søm. Cykelhjulet har radius R og masse M samt en enkelt fastmonteret eger med massen $M/10$ (vist i figuren som en radius). Figuren herunder viser situationen hvor den stiplede linje betegner lodret. Vinklen mellem lodret og den viste radius betegnes θ.



a Vis, at inertimomentet af hjul og eger mht en akse vinkelret på papirets plan gennem sømmet, er givet ved udtrykket $I=\frac{61}{30}MR^2$.

Inertimomentet findes som summen af egerens og cykelhjulets inertimomenter, hvor vi må benytte parallelakseteoremet for at bestemme sidstnævnte: $I=\frac{1}{3}\frac{M}{10}R^2+MR^2+MR^2=\frac{61}{30}MR^2$.

b Vis, at hvis cykelhjulet slippes fra hvile med vinklen $\theta=\theta_0$, hvor θ_0 er en lille vinkel, så vil cykelhjulet udføre harmoniske svingninger. Bestem svingningstiden af denne harmoniske svingning.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}.$$

$$d=\frac{MR+(M/10)R/2}{M+M/10}=\frac{21}{22}R$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\frac{61}{30}MR^2}{\frac{11}{10}M\,g\,\frac{21}{22}R}}=2\pi\sqrt{\frac{122}{63}\frac{R}{g}}.$$

c Cykelhjul og eger holdes nu i hvile således at vinklen $\theta=\theta_1$, hvor θ_1 ikke nødvendigvis er en lille vinkel. Cykelhjulet slippes. Bestem vinkelhastigheden ω_2, når vinklen første gang bliver $\theta=0$.

Vi lægger nulpunkt for den potentielle energi når $\theta = 0$.
Bevarelse af mekanisk energi: $U_1 + K_1 = U_2 + K_2$ hvor $K_1 = 0, U_2 = 0$.

$$MgR(1-\cos(\theta_1)) + (M/10)g(R/2)(1-\cos(\theta_1)) = \frac{1}{2}\frac{61}{30}M\,R^2\omega_2^2 \, .$$

$$MgR\frac{21}{20}(1-\cos(\theta_1)) = \frac{61}{60}M\,R^2\omega_2^2 \, .$$

$$\omega_2 = +\sqrt{\frac{63}{61}\frac{g}{R}(1-\cos(\theta_1))} \, .$$