

Danmarks Tekniske Universitet

Side 1 af 4 sider

Skriftlig prøve, den 29. maj 2006

Kursus navn: Fysik 1

Kursus nr. 10022

Tilladte hjælpemidler: Alle

"Vægtning": Eksamenssættet vurderes samlet. Alle svar skal begrundes med mindre andet er angivet.

## Opgave 1

I hver af de følgende delopgaver er der stillet et spørgsmål og angivet et antal mulige svar. Spørgsmålene kan have en eller to rigtige svarmuligheder. I spørgsmål med to rigtige svarmuligheder skal begge angives. Mener du for eksempel, at det første svar i delopgave A er rigtigt skal du angive A1 i din besvarelse. Svarene skal ikke begrundes.

A. En lille stålkugle kolliderer elastisk med en lidt større og tungere stålkugle. Hvilke af følgende udsagn gælder altid?

1. Den totale mekaniske energi er ikke bevaret.
2. Den totale impuls er bevaret.
3. Det totale impulsmoment er bevaret.
4. Efter kollisionen er hastigheden af den lille kugle lige så stor som før kollisionen, men modsat rettet.
5. Kuglerne hænger sammen efter kollisionen og den totale impuls er bevaret.

### Løsning A2,A3

**Kommentar** Der er tale om et elastisk stød, så den totale mekaniske energi er bevaret. I en stødproces (der er kort) kan vi ignorere ydre kræfter så den totale impuls er altid bevaret. Da der kun er indre kræfter der skal tages hensyn til er det totale impulsmoment bevaret uanset hvilket punkt det beregnes med hensyn til.

B. En kugle med radius  $R$  og masse  $m$  er ophængt i massemidtpunktet som et pendul i en snor med længde  $l$  og udfører en svingning med amplitude  $\theta$ . Luftmodstand ignoreres. Hvilke af følgende udsagn gælder om bevægelsen?

1. Svingningstiden bliver større, hvis  $m$  øges.
2. Svingningstiden bliver mindre, hvis  $l$  øges.
3. Svingningstiden bliver større, hvis  $R$  øges.
4. Svingningstiden er uafhængig af  $\theta$ .
5. Svingningen er altid periodisk.

### Løsning B3,B5

**Kommentar** Svingningstiden er givet ved  $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$  der i eksemplet reduceres til  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l^2 + \frac{2}{5}R^2}{gl}}$  hvor vi

har benyttet parallelakse-teoremet til at bestemme intertymomentet mht rotationsaksen. Det ses at svingningstiden er uafhængig af massen. Det ses desuden at hvis radius øges bliver perioden større. Afhængigheden af  $l$  er sværere at gennemskue. For store værdier af  $l$  (vi må kræve at  $l > R$ ) øges svingningstiden med  $l$ . Svingningen for et fysisk pendul er altid periodisk.

C. En kasse står på et skråt underlag uden at glide. Ud over tyngdekraften virker der en normalkraft  $n$  og en friktionskraft  $f$  på kassen. Friktionen mellem kassen og underlaget er beskrevet ved  $\mu_s$  og  $\mu_k$ .

Hvilket af følgende udsagn gælder?

Størrelsen af friktionskraften  $f$

1. er altid større end  $\mu_s n$  ?
2. er altid mindre end  $\mu_s n$  ?
3. er altid lig med  $\mu_s n$  ?
4. er altid større end  $\mu_k n$  ?
5. er altid mindre end  $\mu_k n$  ?
6. er altid lig med  $\mu_k n$  ?
7. kan være lig med  $\mu_k n$  ?

### Løsning C7

**Kommentar** Om den statiske friktion gælder at  $0 \leq f \leq \mu_s n$ . Der er ikke noget til hinder for at den statiske friktion er lige med den kinematiske, derfor er 7 korrekt. Ingen andre løsninger er korrekte, 2 er dog næsten korrekt bortset fra at den ikke indeholder muligheden for lighed.

**D.** En yo-yo ligger på et bord så den kan rulle frit. Snoren er delvist oprullet og kan ikke glide. Der trækkes i snoren med en kraft der ikke er nul.

Hvilket af følgende udsagn gælder?

1. Det er muligt med en bestemt størrelse og retning af en kraft at trække i snoren uden at yo-yo'en bevæger sig.
2. Uanset størrelse og retning af kraften vil yo-yo'en altid bevæge sig når der trækkes i snoren.
3. Det kræver flere oplysninger at afgøre om det er muligt med en bestemt størrelse og retning at trække i snoren med en kraft uden at yo-yo'en bevæger sig.

#### **Løsning D1**

**Kommentar** For at yoyo'en skal være i ligevægt må den hverken translateres eller rotere. Antag at kraften virker under den indre radius og så snoren danner vinklen  $\theta$  mht vandret så bliver MMS vandret og IMS mht massemidtpunktet:

$$0 = F \cos(\theta) - f \quad \text{og} \quad 0 = fR - Fr. \text{ Løses for vinklen findes } \cos(\theta) = r/R \text{ der altid har en løsning da } r < R.$$

## Opgave 2

I hver af de følgende delopgaver er der stillet et spørgsmål og angivet et antal mulige svar. Du skal angive **én og kun én** svarmulighed til hvert spørgsmål. Mener du for eksempel at det første svar i delopgave A er det rigtige skal du angive A1 i din besvarelse. Svarene skal ikke begrundes.

A. Hvilket af følgende udsagn er rigtigt?

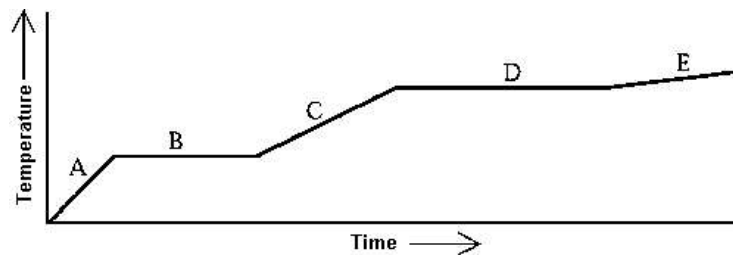
Iltmolekyler (molmasse 32 g/mol) og nitrogenmolekyler (molmasse 28 g/mol) i almindelig luft har samme:

1. middelværdi af deres kinetiske energier, men ilt bevæger sig hurtigere.
2. middelværdi af deres kinetiske energier, men ilt bevæger sig langsommere.
3. middelværdi af deres kinetiske energier og hastigheder.
4. middelværdi af deres hastigheder, men ilt har højere middel kinetisk energi.
5. middelværdi af deres hastigheder, men ilt har lavere middel kinetisk energi.

Løsning A2

**Kommentar** Middelværdien af den kinetiske energi af molekylerne afhænger kun af temperaturen, så den er ens for begge typer af molekyler. Derimod vil deres hastighed afhænge af både den kinetiske energi og massen, der er forskellig for de to typer af molekyler.

B.



Varme tilføres et materiale med konstant effekt. Materialet starter i fast form, opvarmes og smeltes; væsken opvarmes og fordampes; til sidst opvarmes dampen som vist på ovenstående figur.

Hvordan findes den specifikke varmekapacitet af væsken?

1. Ved at gange længden af B (i sekunder) med varmeeffekten og dividere med materialets masse.
2. Ved at gange længden af D (i sekunder) med varmeeffekten og dividere med materialets masse.
3. Ved at dividere varmeeffekten med hældningen af A og massen af materialet.
4. Ved at dividere varmeeffekten med hældningen af C og massen af materialet.
5. Ved at dividere varmeeffekten med hældningen af E og massen af materialet.

Løsning B4

**Kommentar** Effekten er defineret ved  $P = \frac{dQ}{dt}$  og da  $dQ = mc dT$  findes at  $c = \frac{P}{m dT/dt}$ . For hældningen  $dT/dt$  skal vi have fat i C da A gælder for fast stof og E for gasform.

C. Entropi er relateret til sandsynlighed.  
Hvilket af følgende udsagn gælder?

Et isoleret system bevæger sig mod

1. en velordnet makrotilstand med lav sandsynlighed og stor entropi.
2. en velordnet makrotilstand med høj sandsynlighed og stor entropi.
3. en uordnet makrotilstand med høj sandsynlighed og stor entropi.
4. en uordnet makrotilstand med lav sandsynlighed og stor entropi.
5. en uordnet makrotilstand med høj sandsynlighed og lav entropi.
6. Forbliver altid i samme tilstand da systemet er isoleret.

**Løsning C3**  
**Kommentar**

D. En varmemaskine afgiver en varmemængde  $Q$  til et koldt reservoir. Hvor stort er arbejdet udført af varmemaskinen?

1.  $Q$
2. altid større end  $Q$ .
3. altid mindre end  $Q$
4. kan være større end  $Q$
5. 0

**Løsning D4**

**Kommentar** For en varmemaskine gælder at  $Q_H = W + |Q_C|$  hvor  $Q = |Q_C|$ . Det eneste der kan siges er at arbejdet kan være større end  $Q$ .

### Opgave 3

En 1.0 liter flaske med saftvand tages op af et stort vandfyldt bassin med temperatur  $T=5.0\text{ }^\circ\text{C}$  og stilles i solen, hvorved temperaturen stiger til  $35\text{ }^\circ\text{C}$ . Vandflasken der er af glas er åben og fyldt til randen. Saftvandet har fysiske egenskaber som rent vand. Den termiske volumenudvidelseskoefficient for vand er  $3.4 \times 10^{-4}\text{ K}^{-1}$  og for glas  $2.1 \times 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ .

a. Hvor meget af saftvandet løber ud af flasken under opvarmningen?

**Løsning** Forskellen i volumenændring af saftvand og glas pga temperaturstigningen  $\Delta T = 30\text{ K}$  er  $\Delta V = (\beta_{\text{vand}} - \beta_{\text{glas}}) V_0 \Delta T = 9.6\text{ mL}$ .

b. Hvor meget energi optager saftvandet? (Se bort fra den smule der løber ud.)

**Løsning**  $Q = mc_{\text{vand}} \Delta T = 126\text{ kJ}$ .

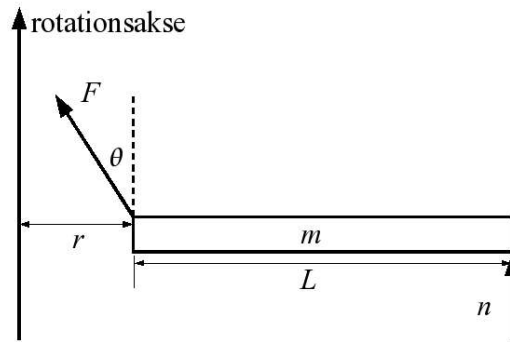
Låget skrues nu på og flasken der kastes tilbage i bassinet som stadig er  $5.0\text{ }^\circ\text{C}$  varmt.

c. Hvor meget er entropien af vandet i bassinet ændret når termisk ligevægt er indtruffet? Er størrelsen af entropiændringen for saftvandet større eller mindre og hvad er fortegnet?

**Løsning** Vandet i bassinet får varme tilført ved konstant temperatur så entropitilvæksten kan beregnes som

$\Delta S = \frac{Q}{T} = 453\text{ J/K}$ , hvor vi har indsat  $Q = 126\text{ kJ}$  og  $T = 278\text{ K}$ . Da der er tale om en spontan proces vil entropien for systemet bestående af flaske og bassin øges, dvs  $\Delta S_{\text{vand}} + \Delta S_{\text{bassin}} > 0$ . Da vandet afgiver varme vil  $\Delta S_{\text{vand}} < 0$  hvorfor vi må have at  $|\Delta S_{\text{vand}}| < |\Delta S_{\text{bassin}}|$ .

#### Opgave 4



I skøjteløb for par ser man ofte den såkaldte dødsspiral udført. I dødsspiralen svinger manden kvinden rundt i en tilnærmelsesvis jævn cirkelbevægelse (se illustrationen). I opgaven skal der regnes på en simplificeret model af dødsspiralen. I den simplificerede model beskrives kvinden som en tynd, vandret stang. Kvinden har massen  $m$  og længden  $L$ . Kvinden påvirkes af tyngdekraften, af en kraft fra isen (hvor friktionen indledningsvis kan ignoreres) og en kraft fra manden. De to nævnte kræfter angriber som vist i figuren. Manden svinger kvinden rundt, så hun udfører en fuld rotation i tiden  $T$ . Manden holder fast i kvinden i afstanden  $r$  fra rotationsaksen (se figuren).

Kvindens masse er  $m=50.0$  kg og hendes længde er  $L=1.60$  m. Desuden er  $r=0.60$  m,  $T=2.0$  s og  $\theta=70^\circ$ .

- a) Bestem et udtryk for accelerationen af kvindens massemidtpunkt og beregn størrelsen af accelerationen.

**Løsning** Radius i kvindens massemidtpunkts cirkelbevægelse er  $r + L/2$ , dvs at farten findes til

$$v = \frac{2\pi(r + L/2)}{T} = 4.40 \text{ m/s. Accelerationen for en jævn cirkelbevægelse er givet ved } a = \frac{4\pi^2(r + L/2)}{T^2} = 13.8 \text{ m/s}^2.$$

- b) Beregn størrelserne af kræfterne  $F$  og  $n$ .

**Løsning** Vi opskriver massemidpunktssætningen lodret og vandret retning med positiv retning opad og mod centrum i cirkelbevægelsen. MMS( $\uparrow$ )  $F \cos(\theta) + n - mg = 0$  (pga ligevægt) og MMS( $\leftarrow$ )  $\frac{mv^2}{r + L/2} = F \sin(\theta)$  (pga jævn

cirkelbevægelse). Vi isolerer  $F$  i sidstnævnte  $F = \frac{mv^2}{(r + L/2) \sin(\theta)} = 736$  N. Normalkraften findes så af

$$n = mg - F \cos(\theta) = 238 \text{ N.}$$

Kvinden drejer nu sin ene skøjte for at bremse således at der opstår en friktion mellem isen og kvindens skøjter med friktionskoefficient  $\mu_k = 0.15$ .

- c) Bestem kvindens vinkelacceleration i banebevægelsen umiddelbart efter at hun har drejet skøjten. (Der kan ses bort fra mandens inertimoment.)

**Løsning** Det er udelukkende friktionskraften mellem skøjte og is der leverer et kraftmoment med rotationsaksen som reference. Inertimomentet af kvinden mht rotationsaksen findes vha parallelakse teoremet til at være

$$I = \frac{1}{12} mL^2 + m(r + L/2)^2 = 109 \text{ kgm}^2. \text{ Størrelsen af den kinematiske friktionskraft er } f_k = \mu_k n = 35.7 \text{ N. Med positiv omløbsretning som i figuren (opad) findes vinkelaccelerationen af impulsmomentsætningen til at være } \alpha = -f_k(r + L)/I = -0.72 \text{ s}^{-2}.$$

## Opgave 5

GPS-satellitterne bevæger sig i cirkulære baner, hvor et omløb omkring Jorden varer præcis 12 timer

a) Angiv GPS-satelliternes højde over jordoverfladen.

**Løsning** Højden over jordoverfladen kan beregnes vha  $T = \frac{2\pi(R_E + h)^{3/2}}{\sqrt{Gm_E}}$  hvoraf højden findes som

$$h = \left( \frac{T \sqrt{Gm_E}}{2\pi} \right)^{2/3} - R_E. \text{ Vi indsætter } T=12 \text{ h, } G=6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2, m_E=5.97 \times 10^{24} \text{ kg og } R_E=6.38 \times 10^6 \text{ m og finder } h=20.2 \times 10^6 \text{ m.}$$

En GPS-satellit opsendes til en bane over Ækvator med rotationsretning som Jordens. Satellitten opsendes fra Ækvator og har en masse  $m=1000$  kg.

b) Hvor meget mekanisk energi skal satellitten tilføres under opsendelsen for at komme i den beskrevne bane.

**Løsning** Betegner 1 situationen hvor satellitten er ved Ækvator og 2 situationen hvor satellitten er i omløb lyder energiregnskabet  $K_1 + U_1 + W = U_2 + K_2$  hvor  $W$  er det arbejde der skal udføres på satellitten for at få den i omløb. Farten af satellitten ved Ækvator er  $v_1 = \frac{2\pi R_E}{2T} = 464$  m/s og i omløb  $v_2 = \frac{2\pi(R_E + h)}{T} = 3866$  m/s.

Energierne bliver  $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = 108$  MJ,  $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = 7.47$  GJ,  $U_1 = -\frac{Gmm_E}{R_E} = -62.4$  GJ og

$$U_2 = -\frac{Gmm_E}{R_E + h} = -15.0 \text{ GJ. Dette giver arbejdet } W = K_2 + U_2 - K_1 - U_1 = 54.8 \text{ GJ.}$$