

# Danmarks Tekniske Universitet

Skriftlig prøve, tirsdag den 15. december, 2009, kl. 9:00-13:00

Kursus navn: Fysik 1

Kursus nr. 10022

Tilladte hjælpemidler: Alle hjælpemidler er tilladt.

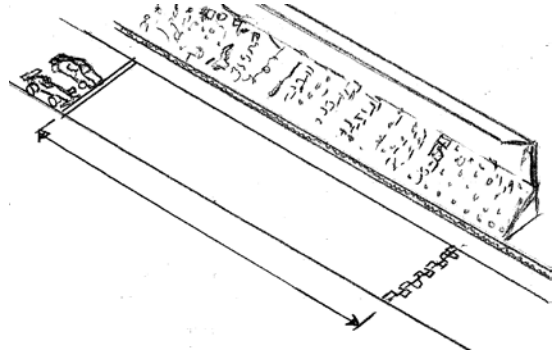
"Vægtning": Besvarelsen bedømmes som en helhed.

Alle svar skal begrundes med mindre andet er angivet.

Sættet består af 5 opgaver.

## Opgave 1

Som optakt til et racerløb vil et racerteam demonstrere en formel 1 racers overlegenhed over for selv en tunet sportsvogn. De to biler bliver placeret ved siden af hinanden.



Til tiden  $t_1$  starter sportsvognen med sin maksimale acceleration på  $5.0 \text{ m/s}^2$  indtil den kommer op på sin maksimale hastighed på  $200 \text{ km/t}$ . Herefter fortsætter den med  $200 \text{ km/t}$ .

Til tiden  $t_2$ , starter formelvognen med sin maksimale acceleration på  $10 \text{ m/s}^2$ .

Tidspunktet  $t_2$  er således afpasset, at begge biler passerer målstregen, der ligger  $347 \text{ m}$  fra starten, på samme tidspunkt.

- Hvor langt tid skal der være mellem  $t_1$  og  $t_2$  for at de to biler passerer målstregen samtidigt?
- Hvad er forskellen i de to bilers hastigheder, når de passerer målstregen?

## Opgave 2

En klods sendes af sted fra en spændt fjeder. Først kurer klodsens langs et vandret underlag der er glat. Ved B drejer underlaget opad, og på det skrå stykke er der friktion. Klodsens, som kan betragtes som en partikel, har farten 15 m/s ved punkt B, og der sker ikke noget energitab i forbindelse med retningsskiftet i punkt B.

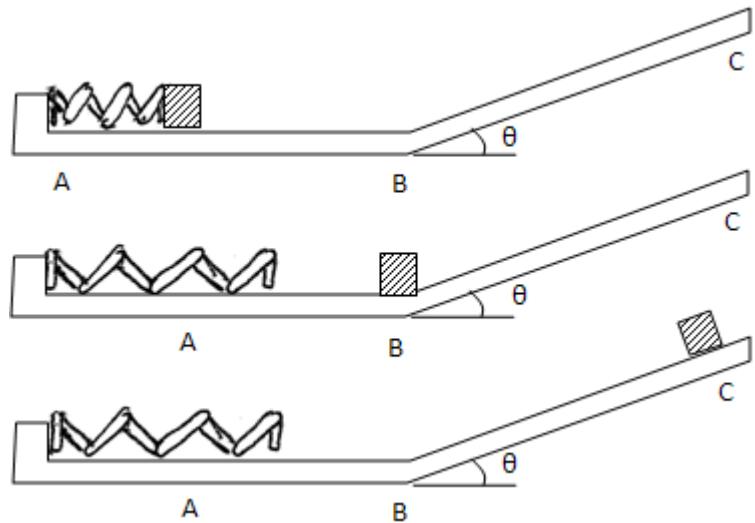
Følgende data er givet:

Masse af klods 5.00 kg.

Fjederkonstant: 3000 N/m.

Kinetisk friktionskoefficient på det skrå stykke: 0.300.

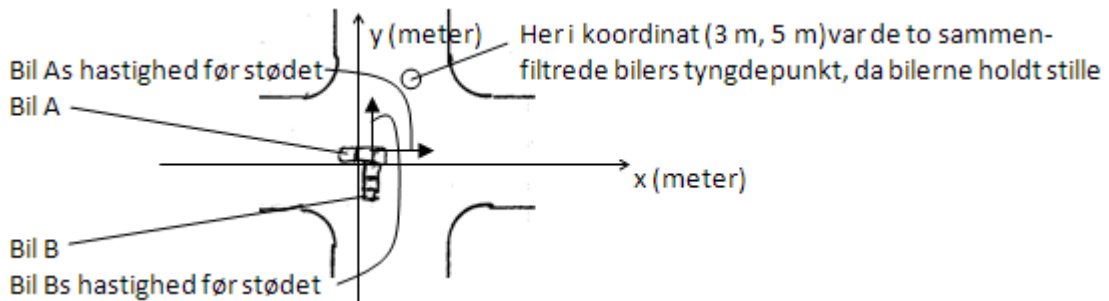
Vinklen på det skrå stykke:  $40^\circ$



- Hvor meget er fjederen presset sammen inden den skyder klodsens af sted?
- Hvor langt kommer klodsens op ad skråplanet (punkt C)?
- Hvad må der kræves af den statiske friktionskoefficient på det skrå stykke for at klodsens ikke skrider ned af det skrå stykke igen. Hvis dette krav ikke kan opfyldes, hvor stor bliver accelerationen for klodsens, når den skrider nedad igen?

### Opgave 3

Figuren viser to biler der støder ind i hinanden i et vejkryds. Efter sammenstødet hænger de to biler sammen. Bil A's fart før stødet var 10 m/s. Bil A har massen 1000 kg. Bil B's fart før stødet kendes ikke, men den har en masse på 1200 kg. For at kunne opklare færdselsuheldet har politiet lagt et koordinatsystem ind på tegningen af uheldet, og placeret origo der, hvor bilernes fælles tyngdepunkt lå lige før sammenstødet.



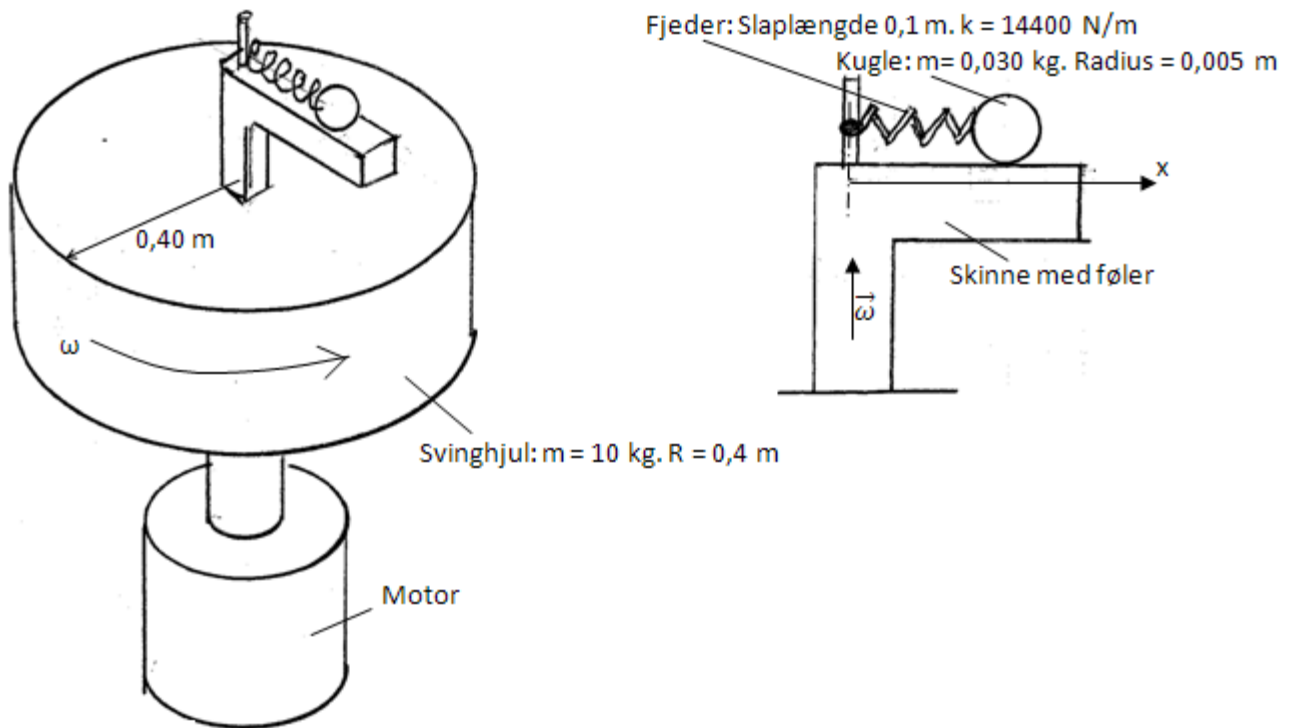
Som det ses på tegningen, kunne man opmåle, at de to bilers fælles tyngdepunkt lå i koordinat (3.0 m, 5.0 m), da de holdt stille.

Stødet mellem bilerne er så kortvarigt, og kræfterne mellem de to biler så store, at man kan tillade sig at se bort fra friktionskræfternes arbejde under selve stødet.

- Beregn bil B's hastighed før stødet, samt de to bilers fælles hastighed lige efter stødet.
- Efter stødet kurer de to biler hen til punkt (3.0 m, 5.0 m). Hvor stor er friktionskoefficienten mellem dæk og vej?

## Opgave 4

En motor driver et svinghjul rundt som vist på tegningen nedenfor til venstre. For at kunne måle hvor hurtigt svinghjulet drejer rundt, er der ovenpå svinghjulet anbragt et måleapparat. Tegningen herunder viser måleapparatet mere præcist.



Måleapparatet består af en kugle, der kan forskydes langs en skinne. Kuglen holdes fast af en fjeder, der i den anden ende sidder fast på en stang, der er anbragt lige i omdrejningsaksen for svinghjulet. Jo hurtigere hjulet drejer rundt, jo længere ud slynges kuglen, og jo længere skal fjederen strækkes for at holde kraftbalance med kuglen.

Følgende data er givet:

Kuglens masse:  $0.030 \text{ kg}$ .  
Fjederens slappe længde:  $0.010 \text{ m}$   
Fjederens stivhedskonstant:  $14400 \text{ N/m}$

- a) Hvad er fjederens forlængelse, når svinghjulets vinkelhastighed er  $400 \text{ rad/s}$ ?

Af sikkerhedsmæssige årsager kræves det, at motoren er i stand til at bremse svinghjulet ned fra en vinkelhastighed på  $400 \text{ rad/s}$  til  $0 \text{ rad/s}$  i løbet af  $5.0$  sekunder.

Følgende data er givet for svinghjulet:

Svinghjulets masse:  $10 \text{ kg}$ .  
Svinghjulets radius:  $0.40 \text{ m}$

- b) Hvilket kraftmoment skal motoren kunne levere for at opfylde kravet til at kunne bremse svinghjulet ned på den krævede tid?

## Opgave 5

To identiske kugler bevæger sig ned ad to identiske skråplaner, dog med den forskel, at der på skråplanet til venstre ikke er nogen friktion. I skråplanet til højre er der tilstrækkelig med friktion til at kuglen ruller.



Kuglerne anbringes i punkt A, holdes fast og slippes så.

- a) Vis at når kuglernes lodrette højde er formindsket med  $H$ , er forholdet mellem deres lineære hastigheder  $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{5}{7}}$ .

### Opgave 1

a) Lad  $L = 347$  m,  $t_3$  er tidspunktet hvor sportsvognen når sin maksimale fart, og  $t_4$  er det tidspunkt hvor slutpositionen nås, og  $v_{\max}$  er sportsvognens maksimale fart.

$$\text{Kinematik: } L = \frac{1}{2} a_{F1} (t_4 - t_2)^2 \quad (\text{raceren når } 347 \text{ m})$$

$$\text{Kinematik: } L = \frac{1}{2} a_S (t_3 - t_1)^2 + v_{\max} (t_4 - t_3) \quad (\text{sportsvognen når } 347 \text{ m})$$

$$\text{Kinematik: } v_{\max} = a_S (t_3 - t_1) \quad (\text{sportsvognen opnår maks. fart})$$

Løses ligninger findes:

$$t_3 - t_1 = 11.11 \text{ s} \quad t_4 - t_2 = 8.331 \text{ s} \quad t_4 - t_3 = 0.6904 \text{ s}$$

$$\text{Den søgte tid: } t_2 - t_1 = (t_4 - t_3) + (t_3 - t_1) - (t_4 - t_2) = 3.47 \text{ s}$$

b)

$$\text{Formel 1 racerens fart er } v_{F1}(t_4) = a_{F1}(t_4 - t_2) = 83.3 \text{ m/s} = 300 \text{ km/h}$$

$$\text{Forskellen i de to bilers hastigheder er } 100.0 \text{ km/h} = 27.77 \text{ m/s}$$

## Opgave 2

a)

Der er ingen friktion på det vandrette stykke, så vi kan benytte energibevarelse.

Energibevarelse:  $U_A + K_A = U_B + K_B$

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{m}{k}}v_B = 0.612 \text{ m}$$

b)

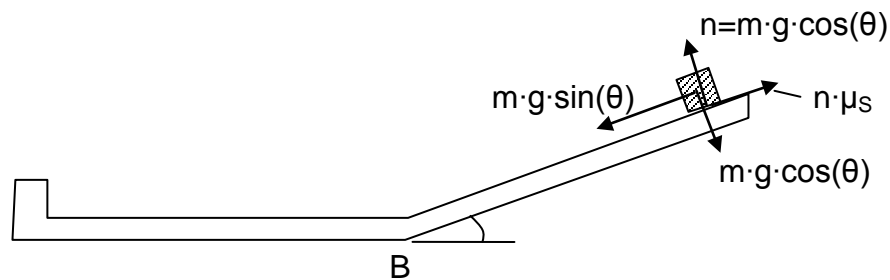
Vi kan benytte en energibetragtning på stykket fra B til C. Lad  $l$  være strækningen klodsen bevæger sig opad skråplanet. X-akse opad skråplanet, y-akse vinkelret herpå.

$$N1(y): \quad \sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

$$\text{Energi betragtning: } U_B + K_B + W_{\text{friktion}} = U_C + K_C$$

$$0 + \frac{1}{2}mv_B^2 - \mu_k nl = mgl \sin \theta + 0$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \mu_k mg \cos \theta l = mgl \sin \theta \Rightarrow l = \frac{\frac{1}{2}mv_B^2}{mg(\sin \theta + \mu_k \cos \theta)} = \frac{v_B^2}{2g(\sin \theta + \mu_k \cos \theta)} = 13.1 \text{ m}$$



c)

Et kraftdiagram for situationen er vist i figuren herover, den statiske friktion er maksimal.

$$N1(x): \quad \sum F_x = \mu_s n - mg \sin \theta = 0$$

$$N1(y): \quad \sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

$$\mu_s mg \cos \theta - mg \sin \theta = 0 \Rightarrow \mu_s = \tan \theta = 0.839$$

I kraftdiagrammet ovenfor kan  $\mu_s$  erstattes med  $\mu_k$  hvis klodsen glider nedad igen.

$$N2(x): \quad ma_x = \mu_k n - mg \sin \theta$$

$$N1(y): \quad \sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

$$a_x = g(\mu_k \cos \theta - \sin \theta) = -4.06 \text{ m/s}^2$$



### Opgave 3

a)

Da der kan ses bort fra udefra kommende kræfter og da bilerne hænger sammen efter stødet, vil man kunne beregne stødet som et fuldstændigt uelastisk stød. Det vil da gælde, at bevægelsesmængden skal være bevaret i både x og y retningen. Lad  $\theta$  være vinklen som bilerne skrider i efter sammenstødet.

$$x: \quad m_A v_A = (m_A + m_B) v_{\text{efter}} \cos \theta$$

$$y: \quad m_B v_B = (m_A + m_B) v_{\text{efter}} \sin \theta$$

Division af ligninger eliminerer den ubekendte fart efter sammenstødet.

$$\frac{m_B v_B}{m_A v_A} = \tan \theta \Rightarrow v_B = \frac{m_A}{m_B} v_A \tan \theta = 13.9 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{efter}} = \frac{m_A v_A}{(m_A + m_B) \cos \theta} = 8.83 \text{ m/s}$$

$$\tan \theta = \frac{5}{3} \Rightarrow \theta = 59.0^\circ$$

b)

Kinematisk løsning:

$$\text{Bilerne skrider afstanden } l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{3.0 \text{ m}^2 + 5.0 \text{ m}^2} = 5.83 \text{ m}$$

$$\text{Kinematik:} \quad v_2^2 - v_1^2 = 2al \Rightarrow a = \frac{0 - v_{\text{efter}}^2}{2l} = -6.69 \text{ m/s}^2$$

Newton's love:

$$\text{N2:} \quad ma = -\mu_k n$$

$$\text{N1:} \quad \sum F = n - mg = 0$$

$$a = -\mu_k g = -6.69 \text{ m/s}^2$$

$$\mu_k = 0.68$$

#### Opgave 4

a) Radial akse med nulpunkt i centrum for cirkelbevægelsen.

$$N2(\text{rad}): \quad ma_{\text{rad}} = -k\Delta x$$

$$\text{Kinematik:} \quad a_{\text{rad}} = -\frac{v^2}{R} = -\omega^2 R = -\omega^2 (x_0 + \Delta x + r_{\text{kugle}})$$

$$-k\Delta x = -m\omega^2 (x_0 + \Delta x + r_{\text{kugle}}) \Rightarrow \Delta x = \frac{m\omega^2 (x_0 + r_{\text{kugle}})}{k - m\omega^2}$$

$$\Delta x = \frac{m\omega^2 (x_0 + r_{\text{kugle}})}{k - m\omega^2} = 0.0525 \text{ m} \quad \text{med } x_0 = 0.10 \text{ m}$$

$$\Delta x = \frac{m\omega^2 (x_0 + r_{\text{kugle}})}{k - m\omega^2} = 0.0075 \text{ m} \quad \text{med } x_0 = 0.01 \text{ m}$$

b)

$$\text{Kinematik:} \quad \omega = \omega_0 + \alpha t = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-\omega_0}{t} = -80 \text{ rad/s}^2$$

$$\text{IMS(CM):} \quad I\alpha = \tau \Rightarrow \tau = \frac{1}{2}MR^2\alpha = -64 \text{ Nm}$$

### Opgave 5

a) Da der kun er konservative kræfter involveret benytter vi energibevarelse. Den potentielle energi sættes til nul i kuglernes slutposition.

Ren translation:

Energibevarelse:  $U_1 + K_1 = U_2 + K_2$

$$mgH + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gH}$$

Translation og rotation.

Energibevarelse:  $U_1 + K_1 = U_2 + K_2$

$$mgH + 0 = 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2\omega_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

Kinematik:

$$v_2 = r\omega_2$$

$$mgH + 0 = 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mv_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{7}{10}mv_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{7}{10}gH}$$

Forholdet mellem sluthastighederne er:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{10}{7}gH}}{\sqrt{2gH}} = \sqrt{\frac{5}{7}}$$