Danmarks Tekniske Universitet

Skriftlig prøve, tirsdag den 16. december, 2008, kl. 9:00-13:00

Kursus navn: Fysik 1 Kursus nr. 10022

Tilladte hjælpemidler: Alle hjælpemidler er tilladt.

"Vægtning": Besvarelsen bedømmes som en helhed.

Alle svar skal begrundes med mindre andet er angivet.

Sættet består af 5 opgaver.

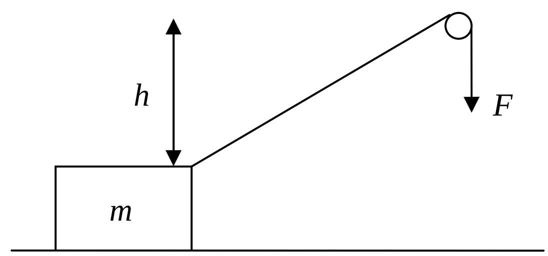
Opgave 1

En klods med massen m ligger i hvile på et vandret, glat bord. Til tiden, $t = 0$, rammes klodsens ene ende af en vandret vandstråle med hastigheden, u. Tværsnitsarealet af vandstrålen er A. Herefter begynder klodsen at bevæge sig. Det kan antages, at alt det vand, der rammer enden af klodsen, bremses ned til klodsens hastighed ved sammenstødet.

a) Find klodsens hastighed, $v(t)$, og skitser denne.

Opgave 2

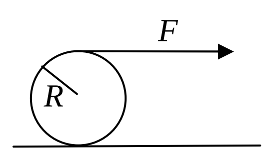
En kasse befinder sig på et glat bord. Kassen er forbundet med den ene ende af en snor, der går over en meget lille, friktionsløs trisse. Snorens anden ende er lodret, og der trækkes i den med en konstant kraft F, hvorom der gælder, at $0 < F < mg$. Trissen befinder sig højden h over kassens overflade. Man kan se bort fra kassens udstrækning.



a) Bestem kassens acceleration. Beskriv bevægelsen kassen vil foretage. Hvad skal der gælde om de indgående fysiske størrelser, for at kassen vil foretage en harmonisk svingning?

Opgave 3

En massiv, homogen cylinder med massen m er omviklet med en snor. Snoren glider ikke i forhold til cylinderens overflade. En person trækker i snoren med den konstante, vandrette kraft F.



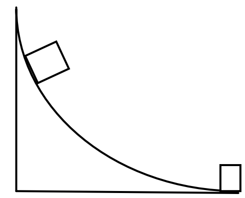
a) Bestem cylinderens acceleration, hvis cylinderen ikke glider i forhold til underlaget.

b) Hvilket krav må der stilles til den statiske friktionskoefficient mellem cylinder og underlag, for at den beskrevne bevægelse er mulig?

c) Cylinderen starter fra hvile. Personen bevæger sig nu, mens han trækker i snoren, stadig med kraften F. Bestem cylinderens vinkelhastighed, når personen har tilbagelagt strækningen d. Hvor langt har cylinderens massemidtpunkt bevæget sig under denne bevægelse?

Opgave 4

En klods glider fra hvile nedad en glat overflade. Under bevægelsen falder klodsens massemidtpunkt højden $h = 35$ cm . Nederst på overfladen kolliderer klodsen elastisk med en klods der har den halve masse. Overfladen er placeret på et bord der har højden $H = 95$ cm .



a) Hvor langt fra foden af bordet lander den store hhv. den lille klods?

Opgave 5

Man kan i visse butikker købe en såkaldt "Quick and Hot", der lover, at den på 3 sekunder kan varme vand til fx en kop pulverkaffe. Enheden tilsluttes en normal stikkontakt i et køkken, fra hvilken der maksimalt kan trækkes en effekt på 10 kW.

a) Vurder den effekt "Quick and Hot" skal levere for, at varme vand til en kop pulverkaffe. Gør rede for dine antagelser, herunder hvilke størrelser du har estimeret. Kommenter resultatet.

Opgave 6

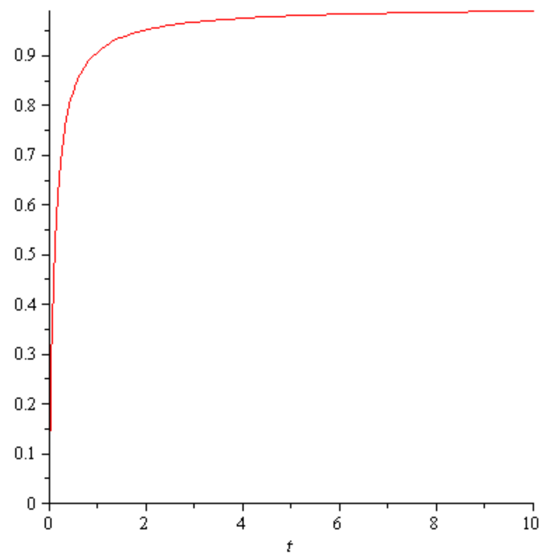
En lodret stående cylindrisk beholder er lukket i bunden og har et stempel i toppen. Stemplet kan bevæge sig gnidningsfrit. Beholder og stempel er så godt varmeisolerede, at man kan se bort fra varmeudveksling med omgivelserne. Man kan endvidere se bort fra beholder og stempels varmekapacitet.
Beholderen indeholder n mol af en énatomig, ideal gas, og over stemplet kan der antages at være vakuum.
Til at starte med har den indespærrende gas et rumfang på V_1, og der er ligevægt mellem trykkraften og tyngdekraften på stemplet. Stemplets masse er m og dets tværsnitsareal er A.
Nu trækkes stemplet ud, indtil gassens rumfang er forøget til det dobbelte af V_1.

a) Bestem hvad trykket p_2 og temperaturen T_2 nu er.

b) Beregn det arbejde, som henholdsvis tyngdekraft, gassen og den ydre kraft udfører under processen $1 \rightarrow 2$.

Løsning 1:

I tidsrummet Δt rammes klodsen af en mængde vand med volumen $A(u-v)\Delta t$ og dermed massen $\rho A(u-v)\Delta t$. Klodsen tilføres i samme tidsrum impulsen $\rho A(u-v)^2\Delta t$. N2 vandret bliver da: $m\frac{dv}{dt}=\rho A(u-v)^2$. Løses differentialligningen med startbetingelsen $v(0)=0$ fås: $\int_0^v \frac{d\tilde{v}}{(u-\tilde{v})^2}=\int_0^t \frac{\rho A}{m}dt : v(t)=\frac{\rho A u^2 t}{\rho A u t+m}$.



Løsning 2:

Vi indlægger en x-akse med nulpunkt under F's angrebspunkt, aksen peger mod venstre.

MMS($\leftarrow$): $ma_x=-F\frac{x}{\sqrt{x^2+h^2}}$, hvilket giver $a_x=-\frac{F}{m}\frac{x}{\sqrt{x^2+h^2}}$.

Accelerationen er altid modsat rettet x, og der er derfor tale om en svingning (der er ingen friktion). Da accelerationen ikke er proportional med x, er der ikke tale om en harmonisk svingning. I grænsen hvor $x<<h$ fås $a_x=-\frac{F}{mh}x$, der repræsenterer en harmonisk svingning med vinkelfrekvens $\omega=\sqrt{\frac{F}{mh}}$.

Løsning 3:

a)

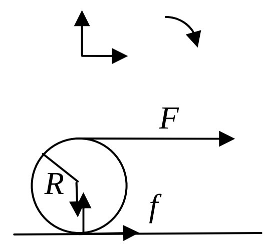
MMS(→): $ma_x = F + f$

MMS(↑): $ma_y = n - mg$

IMS(CM): $\frac{1}{2}mR^2\alpha = (F - f)R$

GB: $a_x = R\alpha$

$$a_x = \frac{4}{3}\frac{F}{m}$$



b)

N1(↑): $ma_y = n - mg = 0 \Rightarrow n = mg$

$$f = \frac{1}{3}F$$

$$f \le \mu_s n \Rightarrow \frac{1}{3}F \le \mu_s mg \Rightarrow \mu_s \ge \frac{F}{3mg}$$

c) Arbejdssætningen: $W_{\text{tot}} = Fd = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}I_{\text{CM}}\omega_2^2 - 0 = \frac{3}{4}mR^2\omega_2^2 \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{4Fd}{3mR^2}}$

Toppunktet af cylinderen har den dobbelte hastighed af massemidtpunktet. Derfor når massemidtpunktet kun, at bevæge sig halvt så langt, $\frac{d}{2}$.

Løsning 4:

Vi definerer den potentielle energi til at have nulpunkt hvor den store klods har vandret hastighed (lige før kollisionen). Vi definerer følgende situationer:
1: Udgangssituationen.
2: Lige før den store klods støder sammen med den lille klods.
3: Lige efter klodserne er stødt sammen.
Den store klods betegnes A og den lille klods B.
1→2: Energibevarelse.

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_{A2}^2$$

2→3: Impulsbevarelse og energibevarelse.

$$mv_{A2} = mv_{A3} + \frac{1}{2}mv_{B3}$$

$$v_{A3} - v_{B3} = -(v_{A2} - v_{B2})$$

$$v_{A2} = \sqrt{2gh} = 2.62 \text{ m/s}$$

$$v_{A3} = \frac{1}{3}\sqrt{2gh} = 0.873 \text{ m/s}$$

$$v_{B3} = \frac{4}{3}\sqrt{2gh} = 3.49 \text{ m/s}$$

Begge klodser har vandret hastighed når de forlader overfladen. Tiden til de rammer jorden er ens for de to klodser: $y = -\frac{1}{2}gt^2 = -H$ hvilket giver $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0.440 \text{ s}$

$$x_A = v_{A3}t = 1.54 \text{ m}$$

$$x_B = v_{B3}t = 0.38 \text{ m}$$

Løsning 5:

For at øge temperaturen af vandet skal der tilføjes varme, der er produktet af effekten og tidsintervallet den leveres i.

$$Q = Pt = mc\Delta T$$

Vi antager/estimerer følgende størrelser:

$m = 200 \text{ g}$ $\Delta T = 100\ ^{\circ}\text{C} - 20\ ^{\circ}\text{C} = 80\ ^{\circ}\text{C}$

og kender $t = 3 \text{ s}$ og $c = 4190 \text{ J/kg/K}$.

$P = \frac{mc\Delta T}{t} = 22 \text{ kW}$. Effekten er alt for stor. Enten skal vandet permanent holdes meget varmere, omkring $T = 60\ ^{\circ}\text{C}$, hvilket vil kræve en konstant tilført effekt pga. varmetab til omgivelserne.

Løsning 6:

a) Ligevægt for stemplet betyder, at der er balance mellem kraften fra trykket af gassen og vægten af stemplet: $p_1 A = mg \Rightarrow p_1 = \frac{mg}{A}$.

Der er tale om en adiabatisk ekspansion til det dobbelte rumfang,

så $\frac{mg}{A} V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma} = p_2 V_1^{\gamma} 2^{\gamma} \Leftrightarrow p_2 = \frac{mg}{A 2^{\gamma}}$. Temperaturen findes nu via

idealgasligningen: $p_2 V_2 = nRT_2 \Leftrightarrow T_2 = \frac{mg 2V_1}{AnR2^{\gamma}}$

b) Da stemplet er i hvile før og efter udtrækningen er $\Delta K = 0$, så det samlede arbejde W på stemplet er ifølge arbejdssætningen 0. Der er tre kræfter der udfører arbejde, når stemplet bliver løftet: Tyngdekraften, som udfører arbejdet $W_t = -mgh$. Trykkraften fra gassen udfører arbejdet $W_{gas} = \frac{1}{\gamma - 1}\left(\frac{mg}{A} V_1 - p_2 V_2 \right)$ (adiabatisk ekspansion) på omgivelserne (= stemplet). Indsættelse af tidligere beregnede udtryk for p_2 og V_2 giver

$$W_{gas} = \frac{1}{\gamma - 1}\left(\frac{mg}{A} V_1 - \frac{mg}{A2^{\gamma}} 2V_1 \right) = \frac{mgV_1}{A(\gamma - 1)}\left(1 - 2^{1-\gamma}\right).$$

Endelig kan den ydre krafts arbejde beregnes fra

$$W = 0 \Leftrightarrow W_{træk} = -W_t - W_{gas} \Leftrightarrow W_{træk} = mgh - W_{gas}.$$